

Hong Kong Mathematics Olympiad (2009 / 2010)
Heat Event (Group)
香港数学竞赛 (2009 / 2010)
初赛项目(团体)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 已知六位数 $\overline{503xyz}$ 可以被 7, 9, 11 整除。求三位数 \overline{xyz} 的最小值。

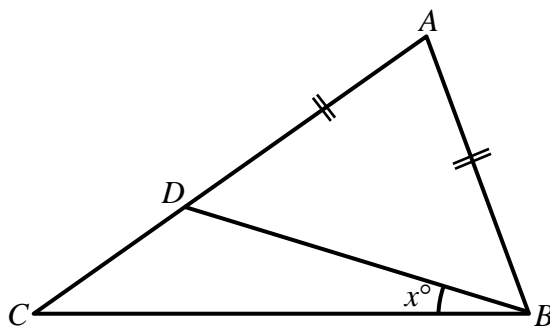
Given that the six-digit number $\overline{503xyz}$ is divisible by 7, 9, 11. Find the minimum value of the three-digit number \overline{xyz} .

2. 求最小的正整数 n 使得 $\underbrace{20092009\cdots 2009}_{n \text{ 个 } 2009}$ 能被 11 整除。

Find the smallest positive integer n so that $\underbrace{20092009\cdots 2009}_{n \text{ copies of } 2009}$ is divisible by 11.

3. 在图一中， ABC 是一三角形。 D 是 AC 上的一点，使得 $AB = AD$ 。若 $\angle ABC - \angle ACB = 40^\circ$ ，求 x 的值。

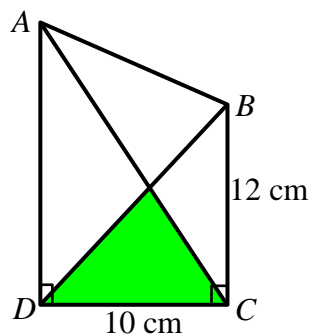
In Figure 1, ABC is a triangle. D is a point on AC such that $AB = AD$. If $\angle ABC - \angle ACB = 40^\circ$, find the value of x .



图一
Figure 1

4. 在图二中，已知阴影部分的面积是 35 cm^2 。若梯形 $ABCD$ 的面积是 $z \text{ cm}^2$ ，求 z 的值。

In Figure 2, given that the area of the shaded region is 35 cm^2 . If the area of the trapezium $ABCD$ is $z \text{ cm}^2$, find the value of z .



图二

Figure 2

5. 从 1, 2, 3, 4, 5, 6 中抽取三个号码。求抽得的号码中包含最少两个连续数的概率。

Three numbers are drawn from 1, 2, 3, 4, 5, 6. Find the probability that the numbers drawn contain at least two consecutive numbers.

6. 求以下函数的最小值：

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-1000|,$$

其中 x 是一实数。

Find the minimum value of the following function:

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-1000|,$$

where x is a real number.

7. 设 m, n 为正整数使得 $\frac{1}{2010} < \frac{m}{n} < \frac{1}{2009}$ 。求 n 的最小值。

Let m, n be positive integers such that $\frac{1}{2010} < \frac{m}{n} < \frac{1}{2009}$. Find the minimum value of n .

8. 如果正整数 a 的各数字之和等于 7，则 a 称为「幸运数」。例如 7, 61, 12310 都是「幸运数」。将所有「幸运数」从小到大排成一行 a_1, a_2, a_3, \dots 。若 $a_n = 1600$ ，求 a_{2n} 的值。

Let a be a positive integer. If the sum of all digits of a is equal to 7, then a is called a "lucky number". For example, 7, 61, 12310 are lucky numbers.

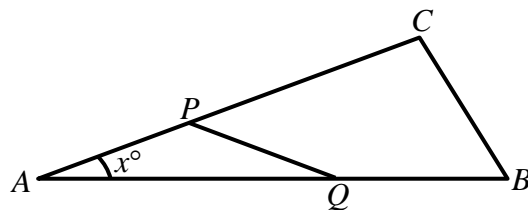
List all lucky numbers in ascending order a_1, a_2, a_3, \dots . If $a_n = 1600$, find the value of a_{2n} .

9. 若 $\log_4(x+2y)+\log_4(x-2y)=1$, 求 $|x|-|y|$ 的最小值。

If $\log_4(x+2y)+\log_4(x-2y)=1$, find the minimum value of $|x|-|y|$.

10. 在图三中, $\triangle ABC$ 满足 $AB=AC$ 且 $x \leq 45$ 。若 P 和 Q 分别是 AC 及 AB 上的两点, 且 $AP=PQ=QB=BC \leq AQ$, 求 x 的值。

In Figure 3, in $\triangle ABC$, $AB=AC$, $x \leq 45$. If P and Q are two points on AC and AB , respectively, and $AP=PQ=QB=BC \leq AQ$, find the value of x .



图三

Figure 3